

تعداد سوالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۰

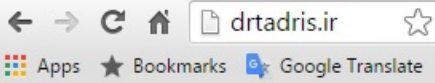
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۲۰ تشریحی: ۰

سری سوال: چهار ۴

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: (ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه

آمار ریاضی ۱۱۱۳۲۲



۱- فرض کنید  $A = (0, \frac{1}{2})$ ,  $B = \{\frac{2}{n} | n \in \mathbb{N}\}$ . در این صورت  $SupAB$  کدام است؟

۱. ۱      ۲.  $\frac{1}{2}$       ۳. ۲      ۴. صفر

۲- اگر  $A$  مجموعه ای ناتهی از اعداد حقیقی باشد آنگاه کدام گزاره درست است؟

۱. اینفیمم  $A$  همواره موجود است.  
 ۲. اگر سوپریمم  $A$  موجود باشد آنگاه متعلق به  $A$  است.  
 ۳. اگر  $A$  از پایین کراندار باشد آنگاه دارای اینفیمم است و اینفیمم آن متعلق به خودش است.  
 ۴. اگر  $A$  کراندار باشد آنگاه  $A$  دارای سوپریمم و اینفیمم در اعداد حقیقی است.

۳- اگر  $x$  و  $y$  دو عدد حقیقی باشند و  $y > 0$  آنگاه عدد طبیعی مانند  $n$  وجود دارد بطوریکه:

۱.  $ny > x$       ۲.  $nx > y$       ۳.  $ny < x$       ۴.  $nx < y$

۴- مجموع حد بالا و حد پایین دنباله ی  $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \cos n\pi \right\}$  کدام است؟

۱.  $e$       ۲.  $-e$       ۳. صفر      ۴.  $2e$

۵- اگر دنباله ی  $\{x_n\}$  با ضابطه ی  $x_1 > 1$  و  $x_{n+1} = 2 - \frac{1}{x_n}$ ، آنگاه  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  کدام است؟

۱. ۱      ۲.  $-1$       ۳. صفر      ۴. وجود ندارد.

۶- هرگاه سری نامنفی  $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$  همگرا باشد آنگاه کدامیک از سری های زیر ممکن است واگرا باشد؟

۱.  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{x_n x_{n+1}}$       ۲.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x_n}{n}$       ۳.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x_n}{\sqrt[3]{n+1}}$       ۴.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x_n}{1-x_n}$

۷- فرض کنید همواره  $a_n \geq 0, a_n \neq 1$  و  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  همگرا باشد. در این صورت کدام سری ممکن است همگرا نباشد؟

۱.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$       ۲.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1-a_n}$       ۳.  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$       ۴.  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$

سری سوال: ۴ چهار

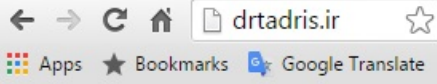
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۲۰ تشریحی: ۰

تعداد سوالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۰

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)،

آمار ریاضی ۱۱۱۳۲۲



۸- حاصل  $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{2}{(n-3)!}$  کدام است؟

۱.  $2e-1$       ۲.  $2e-2$       ۳.  $2e+1$       ۴.  $2e+2$

۹- مجموعه انباشتگی  $A = (-3, -2) \cup \left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}$  کدام است؟

۱.  $[-3, -2]$       ۲.  $[-3, -2] \cup \{0\}$       ۳.  $(-3, -2) \cup \{0\}$       ۴.  $[-3, 0]$

۱۰- کدام یک از سری های زیر واگراست؟

۱.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^2}$       ۲.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n}$       ۳.  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$       ۴.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\log n}$

۱۱- در مورد مجموعه  $(0, 1)$  کدام گزینه درست است؟

۱. باز است.      ۲. بسته است.      ۳. فشرده است.      ۴. کراندار است.

۱۲- کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

۱.  $\mathbb{R}$  با متریک گسسته کراندار است.      ۲. اجتماع هر دو مجموعه همبند، همبند است.  
۳. هر زیرمجموعه از فضای متریک فشرده، بسته است.      ۴. هر زیرمجموعه از فضای متریک فشرده، فشرده است.

۱۳- کدام یک از مجموعه های زیر در  $\mathbb{R}$  همبند است؟

۱.  $\mathbb{R} - \{0\}$       ۲.  $\mathbb{R}$       ۳.  $\mathbb{Q}$       ۴.  $\mathbb{Z}$

۱۴- فرض کنید  $E$  مجموعه نقاطی از  $[0, 1]$  باشد که در بسط اعشاری آنها فقط ۲ و ۵ ظاهر می شود. در این صورت کدام

گزینه درست است؟

۱.  $E$  شمارش پذیر است.      ۲.  $E$  در  $[0, 1]$  چگال است.  
۳.  $E$  کراندار نیست.      ۴.  $E$  فشرده است.

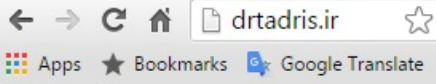
سری سوال: ۴ چهار

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۲۰ تشریحی: ۰

تعداد سوالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۰

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)،  
آمار ریاضی ۱۱۱۱۳۲۲



۱۵- کدام گزینه در مورد تابع  $f(x) = \frac{1}{x}$  درست است؟

۱. بر  $(0, \infty)$  پیوسته یکنواخت است.
۲. بر  $[a, \infty)$  که  $a > 0$ ، فقط پیوسته است.
۳. فقط اگر  $a > 1$  تابع  $f$  بر  $[a, \infty)$  پیوسته یکنواخت است.
۴. بر  $[a, \infty)$  که  $a > 0$ ، پیوسته یکنواخت است.

۱۶- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$  کدام است؟

۱.  $e$
۲. ۱
۳. صفر
۴. وجود ندارد.

۱۷- فرض کنید  $f(x) = \begin{cases} \sin x & , x \in Q \\ \cos x & , x \notin Q \end{cases}$ . در این صورت  $f$  در کدام نقطه زیر پیوسته است؟

۱.  $\frac{7\pi}{4}$
۲.  $\frac{11\pi}{4}$
۳.  $-\frac{3\pi}{4}$
۴.  $\frac{15\pi}{4}$

۱۸- تابع زیر در چه نقاطی پیوسته است؟

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \notin Q \\ \frac{1}{n} & x = \frac{m}{n} \quad (m, n) = 1 \text{ و } m, n \in Z \end{cases}$$

۱. نقاط گنگ
۲. نقاط گویا
۳. فقط در صفر پیوسته است.
۴. در هیچ نقطه ای پیوسته نیست.

۱۹- کدام گزینه نادرست است؟

۱. تصویر مستقیم هر تابع پیوسته تحت یک مجموعه فشرده، فشرده است.
۲. تصویر مستقیم هر تابع پیوسته تحت یک مجموعه همبند، همبند است.
۳. تصویر مستقیم هر تابع پیوسته تحت یک مجموعه کراندار، کراندار است.
۴. تصویر وارون هر تابع پیوسته تحت یک مجموعه بسته، بسته است.

سری سوال: ۴ چهار

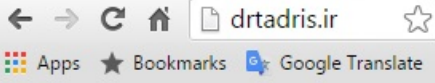
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۲۰ تشریحی: ۰

تعداد سوالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۰

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)،

آمار ریاضی ۱۱۱۳۲۲



۲۰- کدام یک از توابع زیر در صفر مشتق پذیر نیست؟

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in Q \\ 0 & x \notin Q \end{cases} \quad .2$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad .1$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in Q \\ -x^2 & x \notin Q \end{cases} \quad .4$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in Q \\ 1 & x \notin Q \end{cases} \quad .3$$

۲۱- کدام گزینه در مورد تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 & , x \in Q \\ -x^2 & , x \notin Q \end{cases}$  درست است؟

۱. تنها در صفر مشتق پذیر است.

۳. تنها در اعداد اصم مشتق پذیر است.

۲. بر  $R$  مشتق پذیر است.

۴. تنها در اعداد گویا مشتق پذیر است.

۲۲- اگر  $f: (a, b) \rightarrow R$  تعریف شده باشد و  $c \in (a, b)$  و  $f'(c) = A$ ، آنگاه حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c-h)}{h}$  کدام است؟

۱.  $A$       ۲.  $2A$       ۳.  $\frac{1}{2}A$       ۴. وجود ندارد.

۲۳- فرض کنید  $f$  و  $\alpha$  بر  $[a, b]$  توابعی کراندار و  $\alpha$  صعودی و  $C$  نقطه ای ثابت از  $(a, b)$  باشد. آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱. اگر  $f$  در  $C$  ناپیوسته و  $\alpha$  در  $C$  پیوسته باشد آنگاه  $f \in R(\alpha)$ .

۲. اگر  $f$  و  $\alpha$  هر دو در  $C$  ناپیوسته راست باشند آنگاه  $f \notin R(\alpha)$ .

۳. فقط اگر  $f$  در  $C$  پیوسته و  $\alpha$  در  $C$  ناپیوسته باشد آنگاه  $f \in R(\alpha)$ .

۴. اگر  $f$  و  $\alpha$  هر دو در  $C$  ناپیوسته باشند آنگاه  $f \notin R(\alpha)$ .

۲۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{2x}$  کدام است؟

۱. ۱      ۲.  $e$       ۳. ۰      ۴. -۲

سری سوال: ۴ چهار

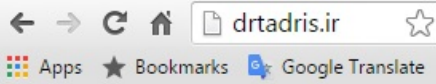
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۲۰ تشریحی: ۰

تعداد سوالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۰

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)،

آمار ریاضی ۱۱۱۳۲۲



۲۵- اگر  $P_1$  و  $P_2$  دو افراز از  $[a, b]$  باشند و  $P_2 \subseteq P_1$  آنگاه کدام گزینه درست است؟

۲.  $U(P_2, f, \alpha) \leq U(P_1, f, \alpha)$

۱.  $L(P_2, f, \alpha) \leq L(P_1, f, \alpha)$

۴.  $U(P_2, f, \alpha) \leq L(P_1, f, \alpha)$

۳.  $L(P_1, f, \alpha) \leq L(P_2, f, \alpha)$

۲۶- فرض کنید  $a < c < b$  و  $f$  در  $c$  پیوسته باشد و  $\alpha(x) = \begin{cases} 0, & x \leq c \\ 1, & x > c \end{cases}$  در این صورت حاصل  $\int_a^b f d\alpha$  کدام است؟

۱.  $f(c)$       ۲. صفر      ۳.  $f(c)(b-a)$       ۴. وجود ندارد.

۲۷- فرض کنید  $(f_n)$  دنباله ای از توابع حقیقی مقدار روی بازه  $[a, b]$  باشد آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱. اگر  $f_n \rightarrow f$  بطور یکنواخت آنگاه  $f'_n \rightarrow f'$ .

۲. اگر  $f_n \rightarrow f$  بطور نقطه ای آنگاه  $\int_a^b f_n d\alpha \rightarrow \int_a^b f d\alpha$ .

۳. اگر  $f_n \rightarrow f$  بطور نقطه ای آنگاه  $f'_n \rightarrow f'$ .

۴. اگر  $f_n \rightarrow f$  بطور یکنواخت آنگاه  $\int_a^b f_n d\alpha \rightarrow \int_a^b f d\alpha$ .

۲۸- دنباله  $\{f_n\}$  با کدام ضابطه بر بازه  $(0, 1)$  همگرایی یکنواخت است؟

۴.  $f_n(x) = nxe^{-nx}$

۳.  $f_n(x) = \frac{nx^3}{1+nx}$

۲.  $f_n(x) = \frac{\cos nx}{nx}$

۱.  $f_n(x) = \frac{1-x^n}{1-x}$

۲۹- حاصل  $1+2x+3x^2+4x^3+\dots$  وقتی  $|x| < 1$  کدام است؟

۴.  $\frac{1}{(1-x)^2}$

۳.  $\frac{1}{1-x^2}$

۲.  $\frac{1}{1+x^2}$

۱.  $\frac{1}{(1+x)^2}$

سری سوال: ۴ چهار

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۲۰ تشریحی: ۰

تعداد سوالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۰

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)،

آمار ریاضی ۱۱۱۱۳۲۲

۳۰- کدام گزینه در مورد دنباله  $(f_n)$  و تابع  $f$  روی  $[0,1]$  که  $f_n(x) = \frac{nx}{1+nx}$  و  $f(x) = \begin{cases} 0 & x=0 \\ 1 & x \neq 0 \end{cases}$  صدق می کند.

۱.  $f_n \rightarrow f$  بطور یکنواخت.

$$\int_0^1 f_n(x) dx \rightarrow \int_0^1 f(x) dx \quad .۲$$

۳.  $f \notin R$  .  
۴.  $f_n$  بطور یکنواخت کراندار نیست.