

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

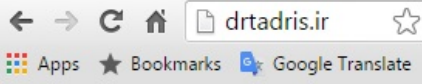
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها، علوم

کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲



۱- کدام گزینه درست است؟

- ۰۱ هر میدان مرتب یک میدان ارشمیدسی است.
 ۰۲ هر میدان ارشمیدسی یک میدان کامل است.
 ۰۳ یک میدان کامل، میدان ارشمیدسی است.
 ۰۴ R یک میدان ارشمیدسی است.

۲- کدام گزینه صحیح است؟

۰۱ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{n\pi}{2} = 1$
 ۰۲ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{n\pi}{2} = 0$
 ۰۳ $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \frac{n\pi}{2} = 0$
 ۰۴ $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \frac{n\pi}{2} = -1$

۳- مقدار کدام یک از سریهای زیر با مقدار سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ برابر است؟

۰۱ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$
 ۰۲ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$
 ۰۳ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)^2}$
 ۰۴ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{1+n^2}$

۴- در فضای متریک گسسته N (اعداد طبیعی)، گوی باز به مرکز ۱ و به شعاع ۲ کدام مجموعه است؟

۰۱ N
 ۰۲ $\{1\}$
 ۰۳ $\{1, 2\}$
 ۰۴ $\{1, 2, 3\}$

۵- اگر M یک فضای متریک کامل و $A \subseteq M$ باشد در این صورت A هیچ جا چگال است هرگاه

۰۱ $(\bar{A})^\circ = \emptyset$
 ۰۲ $(A^\circ) = \emptyset$
 ۰۳ $\bar{A} = M$
 ۰۴ $(\bar{A})^\circ = M$

۶- اگر هر زیرمجموعه نامتناهی فضای متریک M دارای یک نقطه انباشتگی باشد آنگاه

- ۰۱ M شمارش پذیر است.
 ۰۲ M فشرده است.
 ۰۳ M همبند است.
 ۰۴ M گسسته است.

۷- فرض کنید E زیر مجموعه ای از یک فضای متریک باشد. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۰۱ $\bar{E} = \overline{E^\circ}$
 ۰۲ $E^\circ = \overline{E^\circ}$
 ۰۳ $(E^\circ)^c = \overline{E^c}$
 ۰۴ $E^c = (E^\circ)^c$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

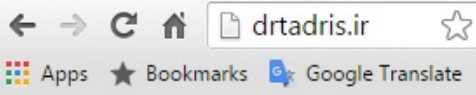
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

۸- کدام یک از توابع زیر در تمام نقاط $[0,1]$ دارای حد است و در نقاط اصم این بازه پیوسته است؟



$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in Q \\ 1 & x \notin Q \end{cases} \quad .1$$

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & x \in Q \\ \cos x & x \notin Q \end{cases} \quad .2$$

$$f(x) = \begin{cases} x & x \notin Q \\ m \sin \frac{1}{n} & x = \frac{m}{n} ((m, n) = 1, m, n \in N) \end{cases} \quad .3$$

$$f(x) = \begin{cases} x & x \in Q \\ 1-x & x \notin Q \end{cases} \quad .4$$

۹- اگر $f: A \subseteq R \rightarrow R$ تابع پیوسته و A نافشرده ولی کراندار باشد آنگاه f روی A

۱. کراندار است ولی پیوسته یکنواخت نیست.
۲. اگر پیوسته یکنواخت باشد کراندار است.
۳. اگر کراندار باشد ماکسیمم دارد.
۴. پیوسته یکنواخت است ولی کراندار نیست.

۱۰- کدام گزینه درست است؟

۱. مجموعه نقاط ناپیوستگی هر تابع یکنوا، از نوع دوم است.
۲. اگر $f(c^+)$ و $f(c^-)$ موجود نباشند ناپیوستگی تابع f از نوع اول است.
۳. مجموعه نقاط ناپیوستگی هر تابع یکنوا، متناهی یا شمارش پذیر است.
۴. اگر در تابع یکنوای f ، $f(c^-) = f(c^+)$ باشد، در c پیوسته است.

۱۱- اگر X و Y دو فضای متری باشد تابع $f: X \rightarrow Y$ پیوسته است اگر و تنها اگر

۱. برای هر زیرمجموعه فشرده A در X ، $f(A)$ در Y فشرده باشد.
۲. برای هر زیرمجموعه باز A در X ، $f(A)$ در Y باز باشد.
۳. برای هر زیرمجموعه $A \subseteq X$ ، $\overline{f(A)} \subseteq f(\overline{A})$ باشد.
۴. برای هر زیرمجموعه $B \subseteq Y$ ، $f^{-1}(B^\circ) \subseteq (f^{-1}(B))^\circ$ باشد.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

۱۲- اگر تابع f در بازه $[a, b]$ پیوسته و در بازه (a, b) مشتق پذیر باشد، آنگاه کدام شرط کافی است تا عددی مانند c در (a, b) موجود باشد بطوریکه $f'(c) = 0$

۱. $f(a) = f(b)$ ۲. $f(a) \cdot f(b) < 0$ ۳. $f(a) < f(b)$ ۴. $f(a) > f(b)$

۱۳- اگر n عدد طبیعی زوج و تابع f دارای مشتق مرتبه n ام پیوسته بر بازه (a, b) و در نقطه ای مانند $c \in (a, b)$ ، $f^{(n)}(c) < 0$ و $f'(c) = f''(c) = \dots = f^{(n-1)}(c) = 0$ باشد آنگاه

۱. f در c دارای مینیمم موضعی است. ۲. f در c دارای ماکزیمم موضعی است.
۳. c نقطه مینیمم مطلق f است. ۴. c نقطه ماکزیمم مطلق f است.

۱۴- اگر تابع f و α بر فاصله $[0, 1]$ با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x & x \in Q \cap [0, 1] \\ -x & x \notin Q \cap [0, 1] \end{cases}$ و $\alpha(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2 & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$ باشند، آنگاه کدام

گزینه درست است؟

۱. $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 f(x) d\alpha(x)$ ۲. $\int_0^1 f(x) d\alpha(x) = 1$

۳. $f \in R(\alpha)$ ۴. $\int_0^1 f(x) d\alpha(x) = \frac{1}{2}$

۱۵- مقدار انتگرال $\int_0^4 (x^2 + [x]) d([2x])$ کدام گزینه است؟

۱. ۴ ۲. ۲۰ ۳. $\frac{64}{3}$ ۴. موجود نیست.

۱۶- مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n^2 + k^2}}$ کدام گزینه است؟

۱. $\log(\sqrt{2} - 1)$ ۲. $\log(\sqrt{2} + 1)$ ۳. موجود نیست. ۴. $\log(2 + \sqrt{2})$

۱۷- اگر $f \in R(\alpha)$ روی $[a, b]$ باشد، آنگاه در این بازه

۱. f کراندار و α پیوسته است. ۲. f و α هر دو پیوسته اند.
۳. f و α نقاط ناپیوستگی چپ (راست) مشترک ندارند. ۴. α صعودی و f پیوسته است.



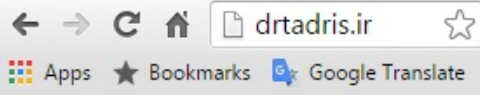
تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲



۱۸- نقیض عبارت $f_n \xrightarrow{E} f$ کدام گزینه است؟

۱. $\exists \varepsilon \forall N \exists n \exists x (n \geq N, x \in E, |f_n(x) - f(x)| < \varepsilon)$

۲. $\exists \varepsilon \forall N \exists n \exists x (n \geq N, x \in E \rightarrow |f_n(x) - f(x)| \geq \varepsilon)$

۳. $\exists \varepsilon \forall N \exists n \exists x (n \geq N, x \in E, |f_n(x) - f(x)| \geq \varepsilon)$

۴. $\forall \varepsilon \exists N \forall n \forall x (n \geq N, x \in E, |f_n(x) - f(x)| \geq \varepsilon)$

۱۹- اگر X یک فضای متریک فشرده و $F \subseteq C(X)$ باشد، آنگاه

۱. اگر F همپیوسته و کراندار باشد فشرده است.

۲. اگر F بسته باشد F بطور یکنواخت کراندار است.

۳. اگر F بسته باشد همپیوسته و کراندار است.

۴. اگر F فشرده باشد همپیوسته و کراندار است.

۲۰- کدام گزینه در مورد دنباله $f_n(x) = \frac{1}{n} e^{-n^2 x^2}$ بر R نادرست است؟

۱. دنباله $\{f_n'\}$ بطور یکنواخت همگرا است.

۲. دنباله $\{f_n'\}$ بطور یکنواخت کراندار است.

۳. دنباله $\{f_n\}$ بطور یکنواخت همگرا است.

۴. دنباله $\{f_n\}$ بطور یکنواخت کراندار است.

سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید اگر M یک فضای متریک فشرده باشد آنگاه هر زیرمجموعه نامتناهی E از M حداقل یک نقطه انباشتگی در M دارد.

۲- ثابت کنید اگر X و Y دو فضای متری و $f: X \rightarrow Y$ تابع پیوسته و $E \subseteq X$ همبند باشد آنگاه $f(E)$ همبند است.

۳- فرض کنید تابع برداری f بر بازه $[a, b]$ پیوسته و بر بازه (a, b) مشتق پذیر باشد ثابت کنید عددی مانند $c \in (a, b)$ وجود دارد بطوریکه

$$\|f(b) - f(a)\| \leq (b - a) \|f'(c)\|$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

نمره ۱.۴۰

۴- فرض کنید α بر $[a, b]$ صعودی و در نقطه $c \in (a, b)$ پیوسته و $f(x) = \begin{cases} 1 & x = c \\ 0 & x \neq c \end{cases}$ باشد نشان دهید $\int_a^b f d\alpha = 0$ و $f \in R(\alpha)$

نمره ۱.۴۰

۵- نشان دهید که سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n+x}$ بر $[0, \infty)$ به طور یکنواخت همگراست در حالی که به طور مطلق همگرا نیست.

