

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۱۰/۰۸	سال سوم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۳			

نمره	توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است. سوالات (پاسخ نامه دارد)
------	---

۰/۷۵	در دنباله‌ی حسابی ...، ۹، ۱۵، ۲۱ حداقل چند جمله‌ی آن را باید جمع کنیم تا حاصل از ۳۰۰ بیشتر شود؟	۱
۰/۷۵	جمله‌ی سوم بسط $(x + \frac{2}{x})^5$ را بنویسید.	۲
۱/۵	اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم $4x^2 - 5x - 5 = 0$ باشد، معادله‌ی بنویسید که ریشه‌های آن 2α و 2β باشد.	۳
۱	جاهای خالی را با عدد یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید. الف) جواب‌های معادله‌ی $ x+1 =4$ برابر با و است. ب) مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $ 2x-1 \leq 7$ بازه‌ی است.	۴
۱	ضابطه‌ی تابع f که نمودار آن در زیر آمده است را بیابید.	۵
۱/۲۵	اگر $f(x) = \frac{1}{x} - 1$ و $g(x) = \frac{1}{x+2}$ باشند، دامنه‌ی تابع $g \circ f$ را تعیین کنید.	۶
۱	زوج یا فرد بودن تابع $f(x) = \frac{x^3 - 3x}{2x^8 + x^2}$ را مشخص کنید.	۷
۰/۷۵	ضابطه‌ی وارون تابع $f(x) = \sqrt{2x+3}$ را به دست آورید.	۸
۱	مقدار تانژانت زاویه‌ی 105° را حساب کنید.	۹
۱/۵	معادله‌ی مثلثاتی $2 \sin^2 x - \sin x = 0$ را حل کرده و جواب‌هایی که در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ هستند را تعیین کنید.	۱۰
۰/۵	مقدار $\cos^{-1}(-\frac{1}{2})$ را حساب کنید.	۱۱

ادامه‌ی سوالات در برگه‌ی دوم

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۱۰ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۹۳/۱۰/۰۸	تعداد صفحه : ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۳			

ردیف	توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است. سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	--	------

۱/۲۵	با تکمیل جدول زیر، مقدار حد تابع $f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 1 \\ 2x & x > 1 \end{cases}$ را در نقطه $x=1$ به دست آورید.	۱۲																
	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$0/99$</td> <td>$0/999$</td> <td>\rightarrow</td> <td>1</td> <td>\leftarrow</td> <td>$1/001$</td> <td>$1/01$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> <td></td> <td>\rightarrow</td> <td>$?$</td> <td>\leftarrow</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	x	$0/99$	$0/999$	\rightarrow	1	\leftarrow	$1/001$	$1/01$	$f(x)$			\rightarrow	$?$	\leftarrow			
x	$0/99$	$0/999$	\rightarrow	1	\leftarrow	$1/001$	$1/01$											
$f(x)$			\rightarrow	$?$	\leftarrow													
۱/۲۵	حدود توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2}-1}{2x^2+2x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x}$	۱۳																
۱	پیوستگی تابع زیر را در نقطه $a=1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} x^2-1 & x \neq 1 \\ 1 & x = 1 \end{cases}$	۱۴																
۱/۵	با استفاده از تعریف مشتق، وجود مشتق های راست و چپ و مشتق پذیر بودن تابع $f(x) = x-3 $ را در نقطه $x=3$ بررسی کنید.	۱۵																
۲/۵	مشتق توابع زیر را بنویسید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $y = (3x^2 + 5x)(4x^2 + \sin x)$ ب) $y = \sqrt{4-x^2} + 2\sin^{-1} x$	۱۶																
۱	آهنگ تغییرات مساحت دایره نسبت به محیط آن، برای دایره ای به محیط 3π را بیابید.	۱۷																
۲۰	جمع نمره	موفق باشید.																

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۳ / ۱۰ / ۰۸
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۳	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	حداقل باید ۱۱ جمله جمع شود. (۰/۲۵) $S_n = \frac{n}{2}(2 \times 2 + 6(n-1)) > 300 \quad (0/25) \Rightarrow n^2 > 100 \Rightarrow n > 10 \quad (0/25)$ (مسائل صفحه‌ی ۵)	۰/۷۵
۲	(مسائل صفحه ۱۰) $40 \times x$ (۰/۵) (۰/۲۵)	۰/۷۵
۳	(مسائل صفحه‌ی ۲۳) $\alpha + \beta = \frac{5}{4} \quad (0/25) \Rightarrow S = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta) = \frac{5}{2} \quad (0/25) \Rightarrow x^2 - \frac{5}{2}x - 5 = 0 \quad (0/25)$ $\alpha \times \beta = -\frac{5}{4} \quad (0/25) \quad P = 2\alpha \times 2\beta = 4\alpha \times \beta = -5 \quad (0/5)$	۱/۵
۴	(مسائل صفحه‌ی ۳۹ و تمرین در کلاس صفحه‌ی ۴۰) ب) $[-3, 4] \quad (0/5)$ الف) $-5, 3 \quad (0/5)$	۱
۵	(تمرین در کلاس صفحه‌ی ۵۱) $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & (0/5) \quad 1 < x \leq 2 \quad (0/25) \\ 1 & -1 \leq x \leq 1 \quad (0/25) \end{cases}$	۱
۶	(مثال صفحه‌ی ۷۳) $D_f = R - \{0\} \quad (0/25)$ $D_g = R - \{-2\} \quad (0/25) \Rightarrow D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R - \{0\} \mid \frac{1}{x} - 1 \neq -2\} = R - \{0, -1\} \quad (0/25)$ $x \neq -1 \quad (0/25)$	۱/۲۵
۷	(مسائل صفحه‌ی ۸۳) $D_f = R - \{0\} \quad (0/25)$, دامنه متقارن $f(-x) = \frac{(-x)^2 - 2(-x)}{2(-x)^2 + (-x)^2} = \frac{-x^2 + 2x}{2x^2 + x^2} = \frac{-x^2 + 2x}{3x^2} = -\frac{x^2 - 2x}{3x^2} = -f(x) \Rightarrow \quad (0/25)$ تابع فرد	۱
۸	(مثال صفحه‌ی ۹۱) $y = \sqrt{2x+3} \Rightarrow 2x = y^2 - 3 \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{y^2 - 3}{2} \quad (0/25) \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2} \quad (0/25)$	۰/۷۵
۹	(مثال صفحه‌ی ۱۱۴) $\tan 105^\circ = \tan(45^\circ + 60^\circ) = \frac{\tan 45^\circ + \tan 60^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 60^\circ} = \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} \quad (0/25)$ (۰/۵)	۱
۱۰	(مسائل صفحه‌ی ۱۲۳) $\sin x(2\sin x - 1) = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \quad (0/25) \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi \quad (0/25)$ $\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \quad (0/25), x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6} \quad (0/25)$	۱/۵

ادامه در صفحه ی دوم

رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۳ / ۱۰ / ۰۸	سال سوم آموزش متوسطه
	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۳

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف																								
۰/۵	$\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = \alpha \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{2} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (./۲۵)} \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3} \text{ (./۲۵)}$ <p>(تمرین در کلاس صفحه‌ی ۱۲۷)</p>	۱۱																								
۱/۲۵	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>۰/۹۹</td> <td>۰/۹۹۹</td> <td>\rightarrow</td> <td>۱</td> <td>\leftarrow</td> <td>۱/۰۰۱</td> <td>۱/۰۱</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>۱/۹۹</td> <td>۱/۹۹۹</td> <td>\rightarrow</td> <td>?</td> <td>\leftarrow</td> <td>۲/۰۰۲</td> <td>۲/۰۲</td> </tr> <tr> <td></td> <td>(./۲۵)</td> <td>(./۲۵)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>(./۲۵)</td> <td>(./۲۵)</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ (./۲۵)</p> <p>(تمرین در کلاس صفحه‌ی ۱۳۴)</p>	x	۰/۹۹	۰/۹۹۹	\rightarrow	۱	\leftarrow	۱/۰۰۱	۱/۰۱	$f(x)$	۱/۹۹	۱/۹۹۹	\rightarrow	?	\leftarrow	۲/۰۰۲	۲/۰۲		(./۲۵)	(./۲۵)				(./۲۵)	(./۲۵)	۱۲
x	۰/۹۹	۰/۹۹۹	\rightarrow	۱	\leftarrow	۱/۰۰۱	۱/۰۱																			
$f(x)$	۱/۹۹	۱/۹۹۹	\rightarrow	?	\leftarrow	۲/۰۰۲	۲/۰۲																			
	(./۲۵)	(./۲۵)				(./۲۵)	(./۲۵)																			
۱/۷۵	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2}-1}{2x(x+1)} \times \frac{\sqrt{x+2}+1}{\sqrt{x+2}+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)}{2x(x+1)(\sqrt{x+2}+1)} = -\frac{1}{4}$ (./۲۵)</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{-(\cos x - \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{-(\cos x - \sin x)} = -\sqrt{2}$ (./۲۵)</p> <p>(مسائل صفحه‌ی ۱۵۳)</p>	۱۳																								
۱	<p>نایبوسته است. (./۲۵) زیرا:</p> $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} = 2 \text{ (./۲۵)}, f(1) = 1 \Rightarrow f(1) \neq \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \text{ (./۲۵)}$ <p>(مثال صفحه‌ی ۱۵۵)</p>	۱۴																								
۱/۵	<p>مشق پذیر نیست. (./۲۵) زیرا:</p> $f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ x-2 - 0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x-2} = 1 \text{ (./۲۵)}, f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1 \text{ (./۲۵)}$ <p>(مثال صفحه‌ی ۱۶۷)</p>	۱۵																								
۲/۵	<p>الف) $f'(x) = \frac{(6x+5) \times (4x^2 + \sin x)}{(\cdot/۵)} + \frac{(2x^2 + 5x) \times (8x + \cos x)}{(\cdot/۵)}$</p> <p>ب) $g'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}} + \frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$ (./۲۵)</p>	۱۶																								
۱	$S(r) = \pi r^2 \text{ (./۲۵)}, P(r) = 2\pi r \Rightarrow S(p) = \frac{1}{4\pi} P^2 \text{ (./۲۵)} \Rightarrow S'(P) = \frac{P}{2\pi} \text{ (./۲۵)} \Rightarrow S'(2\pi) = \frac{3}{2} \text{ (./۲۵)}$ <p>(مثال صفحه‌ی ۱۸۰)</p>	۱۷																								

همکاران محترم، لطفاً به سایر راه حل های صحیح به تناسب بارم را تقسیم کنید. با تشکر طراحان