

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۹۴/۳/۱۶	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

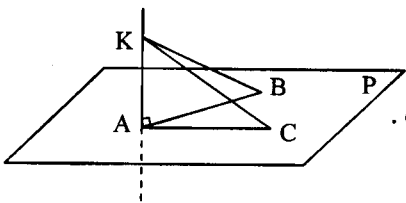
توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

۰/۷۵	۱	واژه های زیر را تعریف کنید: الف) خطهای همرس ب) چند ضلعی محاطی ج) صفحه عمود منصف یک پاره خط
۱/۵	۲	قضیه: ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، آنگاه زاویه مقابل به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه مقابل به ضلع کوچکتر.
۱	۳	در مثلث متساوی الساقین ABC، نقطه دلخواه P روی امتداد قاعده BC قرار دارد. ثابت کنید تفاضل فاصله های نقطه P از دو ساق آن مقداری ثابت است.
۰/۷۵	۴	مثلث ABC متساوی الاضلاع است. اگر $BD < DC$ ، ثابت کنید $\hat{BAD} < \hat{DAC}$.
۱/۵	۵	قضیه: ثابت کنید سه ارتفاع هر مثلث همرسند. (راهنمایی: از رأسهای مثلث خط هایی به موازات سه ضلع مثلث رسم کنید تا مثلث جدیدی تشکیل شود.)
۱	۶	شعاعهای دو دایره هم مرکز ۱۰ و ۶ سانتی متر هستند. اندازه وترى از دایره بزرگتر را که بر دایره کوچکتر مماس است پیدا کنید.
۱	۷	خط مماس بر دایره در نقطه T و امتداد وتر AB در نقطه M متقاطعند. با فرض $\frac{a}{1} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$ و $\widehat{AT} = c$ ، $\widehat{BA} = b$ ، $\widehat{TB} = a$ اندازه زاویه M را تعیین کنید.
۱/۲۵	۸	ثابت کنید اگر امتداد وتر های AA' و BB' از دایره (C) یکدیگر را در نقطه M قطع کنند آنگاه: $MA \times MA' = MB \times MB'$
۱/۲۵	۹	دایره (C) (O, R) و نقطه M واقع در خارج این دایره داده شده اند، از نقطه M بر این دایره دو مماس رسم کنید. (مراحل رسم را توضیح دهید)
«ادامه پرسش ها در صفحه دوم»		

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۹۴/۳/۱۶	سال سوم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در فویت خرداد ماه سال ۱۳۹۴	

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)
------	-------------------------

نمره	سوالات (پاسخ نامه دارد)
۱	<p>عبارات زیر را با کلمات مناسب پر کنید:</p> <p>الف) کمان در خور زاویه 90° روبه رو به یک پاره خط مانند AB، دایره ای است.</p> <p>ب) تبدیل نگاشتی از صفحه به روی خودش است.</p> <p>ج) حداقل نقطه در فضا وجود دارد که بر یک صفحه قرار ندارند.</p> <p>د) محل تقاطع دو صفحه آن دو صفحه نامیده می شود.</p>
۱	تحت یک بازتاب نقطه $(-۱, -۳)$ روی نقطه $(۵, ۳)$ تصویر شده است، معادله محور بازتاب را بنویسید.
۲	<p>نقاط $A(۳, ۰)$، $B(۵, ۰)$ و $C(۳, ۴)$ رأس های یک مثلث هستند.</p> <p>الف) تصویر مثلث ABC را تحت تبدیل $D(x, y) = (-y + ۲, x - ۲)$ بدست آورده و رسم کنید.</p> <p>ب) تصویر مثلث ABC را ابتدا تحت دوران $R(x, y) = (-y, x)$ پیدا کرده و آن را $A'B'C'$ بنامید. سپس تصویر $A'B'C'$ را تحت انتقال $T(x, y) = (x + ۲, y - ۲)$ تعیین کنید. نتیجه به دست آمده را با نتیجه الف) مقایسه کنید.</p>
۰/۷۵	تحت تجانس به مرکز $(۰, ۰)$ نقطه $A(۴, ۲)$ روی نقطه $A'(۲, ۱)$ تصویر شده است، ضابطه تجانس را بنویسید و نوع آن را مشخص کنید.
۱	قضیه: با استفاده از ویژگیهای تبدیل بازتاب ثابت، کنید زاویه های رو به رو به ضلع های مساوی در مثلث متساوی الساقین با یکدیگر برابرند.
۰/۷۵	<p>درستی و یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید:</p> <p>الف) هر صفحه، با یک نقطه از آن، و یک خط عمود بر آن، مشخص می شود.</p> <p>ب) در هر مکعب مستطیل هریال با یک و تنها یک وجه آن موازی است.</p> <p>ج) اگر P و Q دو صفحه عمود بر هم باشند، هر کدام شامل خطی است که بر دیگری عمود است.</p>
۱/۵	قضیه: ثابت کنید اگر خط L با صفحه P موازی باشد، هر صفحه که از L بگذرد و با P متقاطع باشد، P را در یک خط موازی L قطع می کند.
۱	از نقطه A خارج صفحه P ، خطی موازی P رسم کنید. (مراحل رسم را توضیح دهید)
۱	<p>فرض کنید A، B و C سه نقطه از صفحه P باشند که بر یک خط قرار ندارند و $AB = AC$. اگر K نقطه ای خارج از صفحه P باشد که $KB = KC$ و خط KA بر خط AB عمود باشد، ثابت کنید خط KA بر صفحه P عمود است.</p> 
۲۰	جمع نمره
	موفق باشید

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۳/۱۶
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۰/۱۷۵	<p>الف) هر گاه چند خط فقط در یک نقطه همدیگر را قطع کنند، هم‌رس نامیده می‌شوند. (۰/۲۵) ص ۴</p> <p>ب) اگر همه رأسهای یک چند ضلعی روی یک دایره قرار داشته باشند، آن چند ضلعی محاطی نامیده می‌شود. (۰/۲۵) ص ۵۸</p> <p>ج) صفحه‌ای را که در وسط یک پاره خط، بر آن عمود باشد، صفحه عمود منصف آن پاره خط، می‌نامیم. (۰/۲۵) ص ۱۵۴</p>	
۱/۱۵	<p>فرض: $AC > AB$ و حکم: $\hat{B} > \hat{C}$</p> <p>برهان: چون طبق فرض $AC > AB$، بنابراین پاره خط AM را به اندازه AB روی AC جدا می‌کنیم و از نقطه M به B وصل می‌کنیم. (۰/۲۵) چون $AB=AM$ پس مثلث ABM متساوی الساقین است، در نتیجه: $\hat{B}_1 = \hat{M}_1$ (۰/۲۵) (۱)</p> <p>از طرفی چون زاویه M_1 یک زاویه خارجی مثلث MBC است در نتیجه از هر یک از زاویه‌های داخلی غیر مجاورش بزرگتر خواهد بود. بنابراین $\hat{M}_1 > \hat{C}$ (۰/۲۵) (۲)</p> <p>باتوجه به دو رابطه (۱) و (۲) $\hat{B}_1 > \hat{C}$ (۰/۲۵) (۳)</p> <p>از طرفی نقطه M بین دو نقطه A و C واقع است، بنابراین BM نیم خطی داخلی زاویه B است و در نتیجه زاویه B_1 جزئی از زاویه B است،</p> <p>یعنی $\hat{B} > \hat{B}_1$ (۰/۲۵) (۴) از مقایسه (۳) و (۴) نتیجه می‌شود: $\hat{B} > \hat{C}$ (۰/۲۵) ص ۱۹</p>	۲
۱	<p>فرض می‌کنیم در مثلث متساوی الساقین ABC، $AB = AC = a$ و CH ارتفاع وارد بر AB باشد، رأس A را به P وصل کرده عمودهای PK و PK' را بر دو ساق مثلث رسم می‌کنیم (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین:</p> $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABP} - S_{\triangle ACP} \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow \frac{1}{2} CH \times AB = \frac{1}{2} PK \times AB - \frac{1}{2} PK' \times AC \quad (۰/۲۵)$ $\frac{1}{2} CH \times a = \frac{1}{2} a (PK - PK') \Rightarrow CH = PK - PK' \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: right;">ص ۲۲</p>	۳
۰/۱۷۵	<p>در مثلث متساوی الاضلاع ABC، $AB=AC$ است. بنابراین در دو مثلث ADC و ABD: (۰/۲۵)</p> $\begin{cases} AB = AC \\ AD \text{ مشترک} \end{cases} \Rightarrow \text{عکس قضیه لولا} \Rightarrow \hat{BAD} < \hat{DAC} \quad (۰/۲۵)$ <p>داریم:</p> $BD < DC$ <p style="text-align: right;">ص ۲۹</p>	۴
«ادامه در صفحه دوم»		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۳/۱۶
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱/۵	<p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>	<p>از رأس های A , B , C به ترتیب خطهایی موازی ضلعهای BC , AC , AB از مثلث ABC رسم می کنیم تا مثلث MNP حاصل شود . چهار ضلعی AMCB متوازی الاضلاع است . در نتیجه AM=BC (۱) (۰/۲۵) و از طرف دیگر چهار ضلعی ACBP نیز متوازی الاضلاع است در نتیجه AP=BC (۲) از رابطه های (۱) و (۲) نتیجه میشود (۰/۲۵) PA=AM یعنی AH_۱ از وسط PM میگذرد و از طرف دیگر چون AH_۱ ⊥ BC و PM ∥ BC پس AH_۱ ⊥ PM (۰/۲۵) . در نتیجه AH_۱ عمود منصف ضلع PM می باشد. (۰/۲۵) با همین روش ثابت میشود BH_۲ عمود منصف ضلع PN و CH_۳ عمود منصف ضلع MN از مثلث MNP است و می دانیم که سه عمود منصف اضلاع هر مثلث همرسند. (۰/۲۵) در نتیجه ارتفاع های AH_۱ و BH_۲ و CH_۳ همرسند . ص ۳۷</p>
-----	-----------------------	--

۱	<p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>	<p>AB وتری از دایره بزرگتر بر دایره کوچکتر مماس است . بنابراین شعاع OH بر AB عمود است. (۰/۲۵) در نتیجه AH=HB (۰/۲۵) پس $AH^2 = OA^2 - OH^2 \rightarrow AH^2 = 10^2 - 6^2$ (۰/۲۵) $\rightarrow AH^2 = 64 \rightarrow AH = 8 \rightarrow AB = 16$ (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">ص ۵۶</p>
---	-----------------------	--

۱		$\begin{cases} b = 4a \\ c = 5a \end{cases} \Rightarrow 10a = 360 \Rightarrow a = 36 (0/25), c = 180 (0/25)$ $a + b + c = 36 (0/25)$ $M = \frac{c-a}{2} = \frac{144}{2} = 72 (0/25)$ <p style="text-align: right;">ص ۷۳</p>
---	--	---

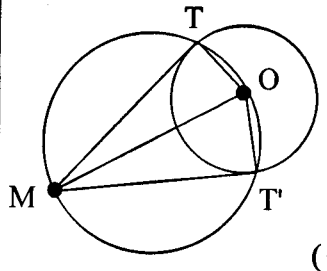
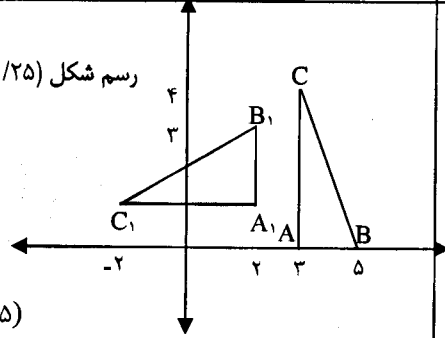
۱/۲۵	<p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>	<p>ابتدا A را به B' و B را به A' وصل می کنیم . دو مثلث A'MB' و AMB' متشابه اند، (۰/۲۵) زیرا:</p> $\begin{cases} \hat{A} = \hat{B} = \frac{\widehat{A'B'}}{2} \text{ (زاویه محاطی)} \\ \hat{M} \text{ مشترک} \end{cases} \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'} (0/25) \Rightarrow$ $MA \times MA' = MB \times MB'$ <p style="text-align: right;">ص ۷۶</p>
------	-----------------------	--

«ادامه در صفحه سوم»

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۳/۱۶
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

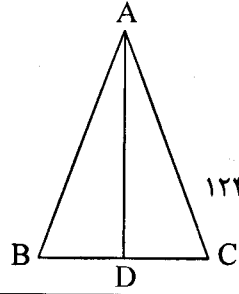
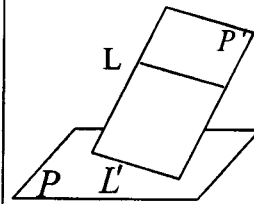
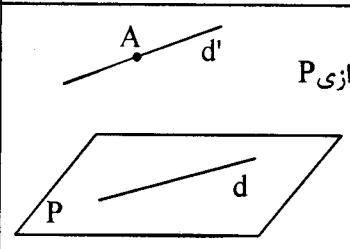
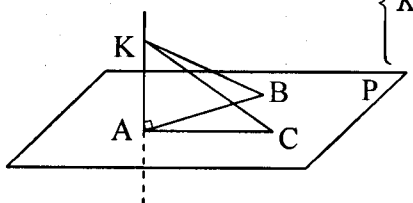
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۹	<p>نقطه M را به O مرکز دایره (C) وصل کرده ، دایره به قطر OM را رسم می کنیم.</p> <p>تادایره (C) را در نقاط T و T' قطع کند . زاویه های $\widehat{OTM} = \widehat{OT'M} = 90^\circ$ (۰/۲۵)</p> <p>زیرا زاویه های محاطی و روبه رو به قطر هستند (۰/۲۵) پس در نتیجه</p> <p>MT در نقطه T و MT' در نقطه T' بر دایره (C) مماسند . (۰/۲۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۵)</p> 	۱/۲۵
۱۰	الف) به قطر AB (۰/۲۵) ۶۴ ص یک به یک (۰/۲۵) ۸۵ ص (ج چهار) (۰/۲۵) ۱۳۱ ص (د) فصل مشترک (۰/۲۵) ۱۳۲ ص	۱
۱۱	نقطه A (-۳, -۱) تحت بازتاب نسبت به خط L روی B (۳, ۵) تصویر شده است ، بنا بر این :	۱
	$m_{AB} = \frac{5 - (-1)}{3 - (-3)} = 1 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m_L = -1 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow L: y - 2 = -x \quad (۰/۲۵)$	۱۰۳ ص
۱۲	<p>$D(x, y) = (-y + 2, x - 2)$</p> <p>(الف) $\begin{cases} A(3, 0) \xrightarrow{D} A_1(2, 1) \\ B(5, 0) \xrightarrow{D} B_1(2, 3) \quad (۰/۵) \\ C(3, 4) \xrightarrow{D} C_1(-2, 1) \end{cases}$</p> <p>(ب) $\begin{cases} A \xrightarrow{R} A'(0, 3) \\ B \xrightarrow{R} B'(0, 5) \quad (۰/۵) \\ C \xrightarrow{R} C'(-4, 3) \end{cases}, \begin{cases} A' \xrightarrow{T} (2, 1) = A_1 \\ B' \xrightarrow{T} (2, 3) = B_1 \quad (۰/۵) \\ C' \xrightarrow{T} (-2, 1) = C_1 \end{cases}$</p> <p>نتیجه ترکیب دوران R و انتقال T با تبدیل D یکسان است . (۰/۲۵) ۱۱۰ ص</p> 	۲
۱۳	<p>$(4 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 1) \Rightarrow k = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$D(x, y) = (\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y) \quad (۰/۲۵)$</p> <p>نوع آن انقباض است (۰/۲۵) ۱۱۹ ص</p>	۰/۱۷۵
«ادامه در صفحه چهارم»		

باسمه تعالی

رشته‌ی : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان : ۱۳۹۴/۳/۱۶	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱	 <p>در مثلث ABC ، $AB=AC$ ونیمساز زاویه A ، ضلع BC را در D قطع می کند . تحت بازتاب نسبت به خط AD (۰/۲۵) ، خطی که شامل پاره خط AB است ، روی خطی که شامل پاره خط AC است تصویر می شود . (۰/۲۵) چون $AB=AC$ پس $B \rightarrow C$ (۰/۲۵) بنا بر این $\hat{B} = \hat{C}$ (۰/۲۵) یعنی زاویه های مقابل به ضلعهای مساوی در مثلث متساوی الساقین برابرند . ص ۱۲۴</p>	۱۴
۰/۷۵	الف) درست (۰/۲۵) ص ۱۵۳ ب) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۵۴ ج) درست (۰/۲۵) ص ۱۵۵	۱۵
۱/۵	 <p>برای اثبات این قضیه ، دو حالت موازی بودن یک خط و یک صفحه در فضا را در نظر می گیریم . الف) خط L در صفحه P قرار ندارد . فرض کنیم P' صفحه گذرنده از L باشد که P را در خط L' قطع می کند . (۰/۲۵) L و هر L' دو در صفحه P' هستند و یکدیگر را قطع نمی کنند . (۰/۲۵) زیرا از متقاطع بودن L و L' نتیجه می شود که خط L صفحه P را قطع می کند ، که این خلاف فرض است . (۰/۲۵) پس باهم موازیند . (۰/۲۵) ب) خط L در صفحه P قرار دارد . پس در این حالت هر صفحه P' متمایز از P که از L می گذرد ، صفحه P را در همان خط L قطع می کند . (۰/۲۵) و درستی قضیه روشن است . ص ۱۳۹</p>	۱۶
۱	 <p>خط دلخواه d را در صفحه P رسم می کنیم . از نقطه A خط d' را موازی d رسم می کنیم . (۰/۲۵) با یک خط از P موازی است پس بنا به قضیه شرط توازی d موازی می باشد . پس جواب مسأله است . (۰/۲۵) ص ۱۴۱</p> <p style="text-align: center;">رسم شکل (۰/۵)</p>	۱۷
۱	 $\left\{ \begin{array}{l} AB = AC \\ KB = KC \\ KA \end{array} \right. \Rightarrow \triangle KAB \cong \triangle KAC \text{ (۰/۵)} \Rightarrow \hat{KAB} = \hat{KAC} = 90^\circ \text{ (۰/۲۵)}$ <p>ضلع مشترک</p> <p>بنابراین KA عمود بر دو خط غیر موازی AB و AC در صفحه P می باشد پس بنا بر قضیه اساسی تعامد KA بر صفحه P عمود است . (۰/۲۵) ص ۱۵۴</p>	۱۸
۲۰	جمع نمره	

مصححین محترم: لطفاً به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بازم به تناسب منظور شود.